

# UNCERTAINTY OF INDIRECT RESISTANCE MEASUREMENT

**Pavel Beneděla**

Bachelor Degree Programme (3), FEEC BUT

E-mail: xbened02@stud.feec.vutbr.cz

Supervised by: Marie Havlíková

E-mail: havlika@feec.vutbr.cz

**Abstract:** This article deals with the issues regarding the evaluation of the indirect resistance measurement uncertainty. The indirect measurement of resistance by voltmeter is presented. In this article, it is also found here the working procedure on how to calculate the standard uncertainty of indirect resistance measurement including the analysis of the correlation input quantity coefficient.

**Keywords:** uncertainty of measurement, indirect measurement of resistance

## 1. ÚVOD

Pojmem nejistota měření se objevil v osmdesátých letech dvacátého století, kdy byl na mezinárodním zasedání CIPM podán návrh nahradit koncepci chyb měření koncepcí nejistot měření.

U nás se nejistotami zabývá ČSN EN 60359. Nejistota je součástí výsledku měření a vyjadřuje rozptyl hodnot, které lze přiřadit k měřené veličině s určitou pravděpodobností.

## 2. NEJISTOTY PŘÍMÉHO A NEPŘÍMÉHO MĚŘENÍ

Nejistota typu A je založena na statickém zpracování naměřených hodnot  $x_i$  opakovaného měření, kdy počet měření  $n \geq 10$ . Výpočet nejistoty typu A  $u_a(x)$  je podle vzorce (1)

$$u_A(x) = S_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1)$$

V případě, že počet měření je nedostatečný  $n < 10$ , lze provést doplňkovou korekci (2) pomocí koeficientu  $k_S$  v závislosti na počtu měření  $n$  [1],[2].

$$u_A(x) = k_S \cdot S_{\bar{x}} \quad (2)$$

Nejistoty typu B jsou vyhodnocovány jinými než statistickými metodami [2]. Zdroji nejistot typu B jsou zejména měřicí přístroje, vlivy okolí, vlivy metody a také vliv operátora. Od každého zdroje nejistot  $Z_i$  se musí odhadnout interval maximálního výskytu jeho hodnot  $z_{jmax}$  a vypočítat hodnotu nejistoty typu B podle vztahu (3), kde  $k$  je konstanta patřící vybranému typu pravděpodobnostního rozdělení. Výsledná nejistota typu B se získá na podle zákona šíření nejistot, viz vztah (4).

$$u_B(z_j) = \frac{z_{jmax}}{k} \quad (3)$$

$$u_B(x) = \sqrt{\sum_{q=1}^m (A_q \cdot u_{Bzq})^2} \quad (4)$$

**Pro přímé měření** vstupní veličiny  $X$  postihuje standardní kombinovaná nejistota  $u_c(x)$  působení obou standardních nejistot typu A i B (5) a odpovídá oboustrannému 68% intervalu spolehlivosti Gaussova rozložení pravděpodobnosti náhodné měřené veličiny  $X$  podle vztahu (6)

$$u_C(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_B^2(x)} \quad (5)$$

$$\langle x - u_C(x); x + u_C(x) \rangle \quad (6)$$

Vyhodnocení oboustranného intervalu s větší spolehlivostí než 68% lze provést podle vztahu (7).

$$U = k_r \cdot u_c(x) \quad (7)$$

**Při nepřímém měření** je hledaná výstupní měřená veličina  $Y$  funkcí více vstupních veličin  $X_m$ , viz vztah (8). Postup výpočtu nejistot nepřímých měření pro nekorelované vstupní veličiny  $X_m$  je dán zákonem šíření nejistot (9), kde  $A_i$  jsou citlivostní koeficienty a  $u(x_i)$  příspěvky nejistot vstupních veličin.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (8)$$

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (9)$$

V případě korelovaných vstupních veličin  $X_m$  je výsledná nejistota nepřímého měření  $u_c(y)$  dána vztahem (10), kde  $u(x_i, x_j)$  je kovariance mezi korelovanými veličinami  $X_i, X_j$  [1].

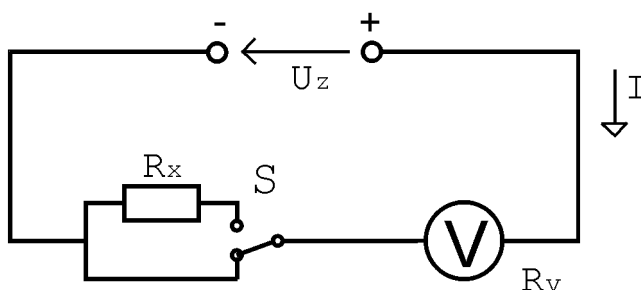
$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} u_c(x_i, x_j)} \quad (10)$$

### 3. METODY NEPŘÍMÉHO MĚŘENÍ ODPORU

Měření odporů se realizuje převážně pomocí nepřímých metod. Velikost měřeného odporu  $R_x$  se vyhodnotí následně na základě odvozeného vztahu. Volba metody závisí zejména na velikosti měřeného odporu a na požadované přesnosti měření. Mezi nejznámější nepřímé metody měření odporu patří Ohmova metoda, metoda měření odporu voltmetrem, sériová nebo paralelní substituční, měření odporu Wheatstoneovým můstkem či Thomsonůvým můstkem [3].

V tomto článku je uveden pouze popis jedné nepřímé metody a to metody měření odporu voltmetrem.

#### 3.1. NEPŘÍMÉ MĚŘENÍ ODPORU VOLTMETREM



**Obrázek 1:** Měření odporu voltmetrem.

Princip metody spočívá v tom, že se při sepnutém spínači  $S$  změří analogovým nebo digitálním voltmetrem napětí napájecího zdroje  $U_Z$ . Při rozpojeném spínači  $S$  je do obvodu zařazen měřený odpor  $R_x$  a voltmetr změří napětí  $U_R$ . Schéma zapojení metody je uvedeno na **Obrázek 1**. Velikost odporu  $R_x$  je dána vztahem (11), kde  $R_V$  je velikost vstupního odporu voltmetru. Tato metoda je vhodná pro měření větších hodnot odporů, řádově stejných jako vnitřní odpor voltmetru  $R_V$ .

$$R_{xi} = \frac{U_Z - U_R}{U_R} \cdot R_V = R_V \cdot \left( \frac{U_Z}{U_R} - 1 \right) \quad (11)$$

Velikost neznámého odporu  $R_x$  je vyhodnocena na základě měření dvou napětí  $U_Z, U_R$ , které jsou vstupními veličinami  $X_1, X_2$ . Obě napětí jsou měřena stejným měřicím přístrojem, a tudíž se jedná o veličiny korelované spolu související. Výsledná nejistota typu B  $u_B(R_x)$  měření odporu se vypočítá podle vztahu (12), který po provedení matematických operací má tvar (13), kde  $u_{BZ}, u_{BR}$  jsou

standardní přístrojové nejistoty voltmetru při měření napětí  $U_Z$ ,  $U_R$  a  $u_{BRv}$  je standardní nejistota hodnoty vnitřního odporu voltmetru  $R_v$ .

$$u_B(R_X) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_X}{\partial U_Z} \cdot u_{BZ}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_X}{\partial U_R} \cdot u_{BR}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_X}{\partial R_v} \cdot u_{BRv}\right)^2 + 2 \frac{\partial R_X}{\partial U_Z} \cdot \frac{\partial R_X}{\partial U_R} \cdot u_{BZ} \cdot u_{BR}} \quad (12)$$

$$u_B(R_X) = \sqrt{\left(\frac{R_v}{U_R} \cdot u_{BZ}\right)^2 + \left(\frac{R_v U_z}{U_R^2} \cdot u_{BR}\right)^2 + \left(\left(\frac{U_z}{U_R} - 1\right) \cdot u_{BRv}\right)^2 + 2 \frac{R_v^2 U_z}{U_R^3} \cdot u_{BZ} \cdot u_{BR}} \quad (13)$$

### 3.2. VÝPOČET NEJISTOT NEPŘÍMÉHO MĚŘENÍ ODPORU

Pro určení standardní nejistoty typu A měření odporu  $u_A(R_X)$  bylo provedeno 15 měření pomocí digitálního multimetru Agilent 34401A. Základní chyba tohoto měřidla udaná v dokumentaci pro měřený rozsah 10V po dobu 365dní od ověření přístroje je  $\pm (0,0035\% \text{ čtení} + 0,0005\% \text{ rozsah})$  při teplotě  $23^\circ\text{C} \pm 5^\circ\text{C}$ . Odhad hodnoty odporu  $\bar{R}_X$  byl získán na základě výpočtu hodnot  $R_{Xi}$  podle vztahu (11).

$$\bar{R}_X = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} R_{Xi} = 8,406 \text{ M}\Omega$$

Standardní nejistota typu A měření odporu  $u_A(R_X) = 0,014 \times 10^{-6} \text{ M}\Omega$  byla vyhodnocena podle vztahu (1) a je zanedbatelná.

Standardní nejistota typu B měření odporu  $u_B(R_X) = 0,896 \times 10^{-3} \text{ M}\Omega$  byla vyhodnocena podle vztahu (13) dosazením naměřených hodnot napětí  $U_Z$  a  $U_R$ , vypočítaných přístrojových nejistot  $u_{BZ} = 2,293 \times 10^{-4} \text{ V}$  a  $u_{BR} = 1,377 \times 10^{-4} \text{ V}$ , zanedbáním nejistoty  $u_{BRv}$

Celková kombinovaná nejistota měření odporu  $u_C(R_X) = 0,896 \times 10^{-3} \text{ M}\Omega$

Rozšířená nejistota měření odporu  $U(R_X) = 2 \cdot u_C(R_X) = 1,792 \times 10^{-3} \text{ M}\Omega$  pro koeficient  $k_r = 2$ .

Výsledek nepřímého měření odporu  $R_X = (8,407 \pm 0,002) \text{ M}\Omega$

## 4. ZÁVĚR

Největší mírou ovlivnění při měření odporu  $R_X$  nepřímou metodou digitálním voltmetrem Agilent 34401A má standardní nejistota typu B. Standardní nejistota typu A určená statistickým vyhodnocováním má hodnotu o několik řádů nižší než nejistota typu B a lze ji zanedbat. Přesnost měření je ovlivněna volbou voltmetru a zejména jeho velikostí přístrojové nejistoty.

## PODĚKOVÁNÍ

Tento článek je realizován za podpory Fondu rozvoje vysokých škol v rámci projektu č. 335/2011.

## REFERENCE

- [1] Palenčar, R., Vdoleček, F., Halaj, M.: Nejistoty v měření I: vyjadřování nejistot. AUTOMA. 2001, 7-8, s. 50-54.
- [2] Bejček, L., Čejka, M., Rez, J., Gescheidtová, E., Steinbauer, M.: Měření v elektrotechnice. Skripta VUT Brno. 2006, 241s.
- [3] Bartušek, K., Gescheidtová, E., Rez, J., Steinbauer, M., Kubásek, R., Mikulka, J.: Měření v elektrotechnice - Návody k laboratorním cvičením; Skripta VUT Brno. 2010, 122s.